

Was charakterisiert die Geschichte eines Tropfens? Verkleinertes wird im selben Verhältnis nochmals verkleinert – der Flüssigkeitshals, der sich beim Lösen vom Wasserhahn bildet, wird immer dünner. Überall da, wo sich einem Phänomen keine feste Skala zuordnen läßt, ist Selbstähnlichkeit die ordnende Kraft. Dies gilt für die gewaltige Expansion des Universums und für Luftwirbel ebenso wie für einen einfachen Tropfen.

## Wie tropft ein Wasserhahn?

Selbstähnlichkeit als ordnende Kraft / Von Jens Eggers

Tropfen entstehen überall. Dafür kann es kaum eindrucksvolleres Anschauungsmaterial geben als das Bild des Pioniers der Kurzzeitfotografie, Harold Edgerton. Im New England Aquarium in Boston fotografierte Edgerton 1977 einen Delphin beim Sprung aus dem Wasser. Das Tier erzeugt dabei – wie in Abbildung (3) zu erkennen – eine Wolke von Tropfen, die im Lichtblitz des Fotografen aufleuchten.

Der Zerfall der Wolke in Tropfen geht zwangsläufig vor sich und ist Grundlage vieler alltäglicher Phänomene. So zerfurcht der Strahl eines Rasensprengers nicht die Beete, sondern fällt, durch unsichtbare Kräfte zerteilt, in einer respektablen Imitation natürlichen Regens in einzelnen Tropfen nieder. In einer kleineren Variante erzeugt ein Parfümzerstäuber eine Duftwolke, die – würde man sie in Vergrößerung betrachten – sich als aus Abertausenden mikroskopisch kleiner Tropfen



Foto: H. Edgerton, 1934

(1) Ein Wasserstrahl zersprüht auf einer Dose. Stroboskopfoto von 1934

zusammengesetzt herausstellte. Das einfachste, wenn auch scheinbar unspektakuläre Beispiel ist das eines tropfenden Wasserhahns.

Jeder kann sich von der Entstehung eines Tropfens überzeugen, aber weiß man, was dabei geschieht? Warum zum Beispiel bildet das Wasser überhaupt Tropfen, statt in einem dünnen Rinnsal herabzufließen? Welche Form hat der Tropfen zu dem Zeitpunkt, an dem er sich ablöst?

Solche Fragen können, wie simples Ausprobieren zeigt, nicht durch Beobachtung mit dem bloßen Auge beantwortet werden. Während man den Tropfen eben noch am Kranausgang hängen sah, fällt er im nächsten Augenblick schon, und dazwischen ist wenig zu erkennen; der Vorgang spielt sich einfach zu schnell ab.

Aber hier hat Harold Edgerton, der Fotograf des Delphinbildes, einen Weg gewiesen. Durch die Entwicklung der Kurzzeitfotografie in

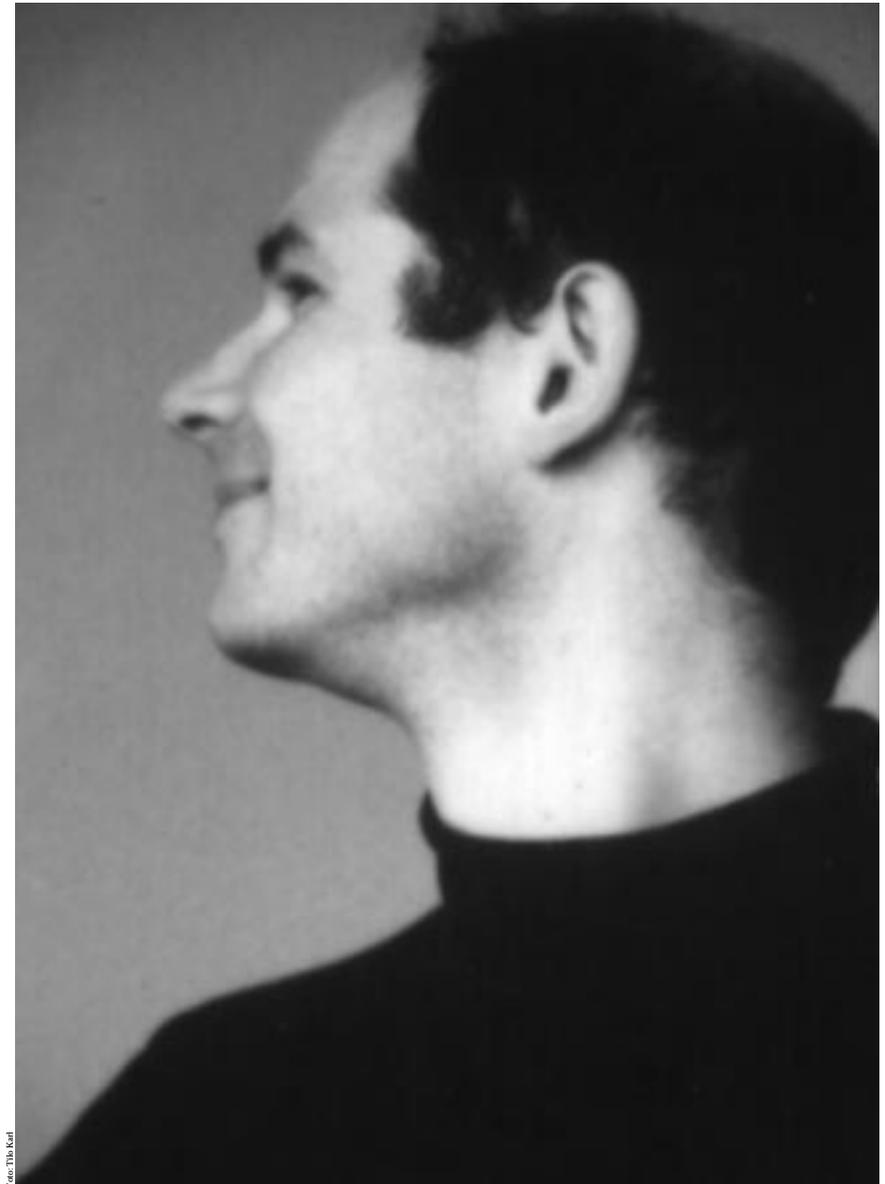


Foto: TDK, Kauf

den 30er Jahren machte er eine Unzahl sich sehr schnell abspielender Vorgänge dem Auge zugänglich. Die üblichen Belichtungszeiten eines Fotoapparates, die höchstens den tausendsten Teil einer Sekunde betragen, genügten Edgerton bei weitem nicht. Statt dessen belichtete er seine Bilder mit dem Blitz einer seiner Hochleistungslampen, dessen Dauer nur den millionsten Teil einer Sekunde betrug. Auf diese Weise erschien selbst die Bewegung einer Gewehrkugel wie eingefroren.

Edgerton gelangte mit seinem Verfahren häufig zu überraschenden Beobachtungen. So wird ein Golfball in dem Moment, in dem ihn der Schläger trifft, auf fast die Hälfte seines Durchmessers zusammengedrückt, so als bestünde er aus Knetgummi (Abb. 2). Edgertons Bildfolgen von Sportlern in Aktion offenbaren völlig neue Einsichten in deren Bewegungsabläufe.

Warum also nicht diese Technik auch auf den tropfenden Wasserhahn anwenden? Dies dachte sich vor einigen Jahren an der University of Chicago der Physiker Sidney Nagel. Er folgte damit der erfolgreichsten Strategie der Physik: teile und herrsche! Statt sich mit der ganzen Komplexität der vom Delphin erzeugten Wasserfontäne auseinanderzusetzen, konzentrierte sich Nagel auf etwas ganz Einfaches. Würde es so gelingen, das Geheimnis der Tropfenbildung an einem Beispiel zu verstehen?

Im Labor von Sid Nagel hatte sich noch niemand mit Kurzzeitfotografie beschäftigt. Seinen wissenschaftlichen Ruf hatte Nagel sich mit der Untersuchung des zeitlichen Verhaltens von Glas erworben. Dieses hat die seltsame Eigenschaft, unter Belastung zu fließen. Dies wird erkennbar, wenn man es über sehr lange Zeiträume hinweg beobachtet. Glas lebt demnach in einer Zwischenwelt zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten. Das erschwert das physikalische Verständnis enorm. Aber es war für Nagel nicht unge-

wöhnlich, sich immer wieder auf ganz neuen Gebieten zu versuchen. Erst ein paar Jahre zuvor hatte er sich mit seinen Untersuchungen zur Größe von Sandlawinen auf ein für ihn bis dahin fremdes Terrain begeben, und als Ergebnis bestehende Vorstellungen gründlich über den Haufen geworfen.

So waren auch jetzt schnell eine hochwertige Kamera und ein Lichtblitzgerät von EG & G, der Firma Harold Edgertons, gekauft, und Xiangdong Shi, der chinesische Assistent Nagels, machte sich an die Arbeit. Nach ein paar Monaten mühsamen Probierens war es soweit. Die Kamera war richtig justiert, und der Lichtblitz erleuchtete eine Glasspipette exakt in den Momenten, die das Ablösen des Tropfens in seinen



(2) Ein Golfschläger trifft auf einen Golfball

entscheidenden Phasen zeigten. Das Ergebnis übertraf alle Erwartungen.

Die Bildfolge (Abb. 5) macht das deutlich: Man sieht eine sich über den zehnten Teil einer Sekunde erstreckende Entwicklung von ungeheurer Komplexität und berückender Schönheit. Bald fanden sich die Bilder auf der Titelseite von „Science“ wieder, der wichtigsten wissenschaftlichen Zeitschrift Amerikas. Aber auch außerhalb der wissenschaftlichen Welt lösten die Fotos großes Interesse aus: Auf majestätische Formate vergrößert wurden die Bilder in einer Galerie in Los Angeles gezeigt, so daß sich Nagel zur Eröffnung der Ausstellung veranlaßt sah, zum ersten Mal seit langer Zeit wieder eine Krawatte anzulegen.

Was sieht man nun auf den Fotografien?

Die erste Reihe zeigt ein mehr oder weniger erwartetes Verhalten. Der Tropfen fällt und zieht dabei einen „Hals“ aus. Da dieselbe Menge Flüssigkeit über eine immer größere Länge verteilt werden muß, wird der Hals immer dünner. Doch bereits im letzten Bild der ersten Reihe kündigt sich etwas Neues an: Der Hals scheint sich oberhalb des Tropfens zusammenzuziehen, und bereits im nächsten Bild ist es geschehen: Der Tropfen ist vom Hals abgeschnürt, und beide Teile führen fortan ein getrenntes Leben. Dabei hat sich am unteren Ende des Halses eine Spitze herausgebildet, die die Oberseite des Tropfens aufzuspießen scheint.

Der Grund für das Entstehen des Halses sind Kräfte, die auf die Flüssigkeitsoberfläche wirken und die bereits vor 200 Jahren von dem französischen Astronom, Physiker und Mathematiker Pierre Simon de Laplace entdeckt worden sind. Im Anhang seines vielbändigen Werkes zur Himmelsmechanik, 1806 in Paris erschienen, legte er auch die Grundlage für eine mathematische Beschreibung dieser Oberflächenkräfte. So gelang es Laplace zum Beispiel zu erklären, warum Wasser sich über den Rand eines Glases hinauswölben kann. Die Kräfte, bekannt als Oberflächenspannung, drücken die Tendenz der Flüssigkeitsbausteine – der Moleküle – aus, sich am liebsten zu ihresgleichen zu gesellen und nur ungern den Kopf in die sie umgebende Atmosphäre zu recken. Es sind dieselben Kräfte, die dafür sorgen, daß sich jeder Tropfen schließlich zu einer Kugel formt. In dieser „Embryonalstellung“ bietet er der Umgebung möglichst wenig Oberfläche dar, und die Flüssigkeitsmoleküle können sich hauptsächlich in der Gesellschaft ihrer Artgenossen aufhalten.

Wenn sich ein Tropfen vom Wasserkanal löst, erreicht die Flüssigkeit durch die Herausbildung des Halses Ähnliches: Ein kleinerer



Foto: H. Edgerton, 1977

(3) Ein Delphin beim Sprung aus dem Wasser im New England Aquarium in Boston, aufgenommen 1977 von Harold Edgerton

Halsdurchmesser bedeutet auch: eine geringere Oberfläche. Es müßte aber viel Flüssigkeit bewegt werden, wenn sich der Hals auf seiner ganzen Länge verengen sollte. Wie die Bildfolge (Abb. 5) zeigt, geschieht das Abschnüren des Halses – jener Punkt, an dem der Durchmesser schließlich Null erreicht – nur an einer Stelle. Der plumpe Hals kann der Bewegung nicht folgen, und so bleibt sie auf einen Punkt konzentriert.

Von nun an führen Hals und Tropfen ein Eigenleben. Der Tropfen hat seine Lieblingsform bereits annähernd erreicht; mit ihm passiert also nicht mehr viel. Anders der Hals: Er möchte sich aus seiner exponierten Position zurückziehen und schnell wie ein gespanntes Gummiband zurück. Während er dies tut, passiert aber noch etwas anderes: Auf dem Hals bilden sich, von seiner Spitze ausgehend, wellenförmige Störungen aus. Diese Wellen sind ganz ähnlich denjenigen, die man auf einer Wasseroberfläche sieht, wenn etwa ein Windhauch über sie streift. Nur ist es hier die schnelle Bewegung des Halses selbst, die die Wellenbildung anregt und den Hals wie eine Perlenkette aussehen läßt.

Diese Perlenkette wird aber nicht lange leben. Denn bevor sich der Hals vollständig zurückbilden kann, ereilt ihn – diesmal am oberen Ende – dasselbe Schicksal wie zuvor an seiner Unterkante: Er schnürt sich ab. Die Form der Oberfläche ist dabei fast dieselbe wie beim ersten Mal, nur steht diesmal alles auf dem Kopf, und die Spitze des Halses zeigt nach oben. Es ist also etwas Überraschendes passiert. Man ist gewohnt, von dem Tropfen zu reden, der von einer Pipette herabfällt. Nun erfahren wir, daß wenigstens zwei Tropfen entstehen, und der Hals kann sogar noch weiter in immer kleinere Bestandteile zerfallen.

Selbst ein einzelner Tropfvorgang stellt also eine äußerst komplexe Bewegung dar, die zur Bildung mehrerer Tropfen führt. Man kann

sich also fragen, ob sich die Ablösung eines Tropfens nicht noch weiter auf das Wesentliche reduzieren läßt. Der Kern der Sache liegt offenbar in der Nähe der Stellen, wo die Flüssigkeit sich in zwei Teile trennt.

In der Bildfolge (Abb. 5) geschieht dies zweimal, nämlich im fünften und im elften Bild. Kann man die Bewegung in der Nähe dieser Punkte beschreiben, so hat man das zentrale Problem der Tropfenbildung gelöst: Es besteht in der Aufklärung der Entstehung einer neuen Struktur, die unabhängig vom Rest der Flüssigkeit weiterlebt.

Es gibt noch einen Grund, dem Punkt der Ablösung eine besondere Bedeutung beizumessen. Wir konnten zeigen, daß die Ablösebewegung immer gleich aussieht, die Ein-



(4) Edgerton in seinem Fotoatelier 1942

schnürung des Halses an seinem unteren (fünftes Bild) und an seinem oberen Ende (elftes Bild) also dieselbe Form hat. Diese Eigenschaft, die als „Universalität“ bezeichnet wird, umschreibt man am besten durch ihren praktischen Gesichtspunkt: Man muß den Geburtsvorgang eines Tropfens nur einmal berechnen – in jeder Situation, sei es in der Bildfolge der Abbildung (5) oder beim komplizierten Verspritzen (Abb. 1 und 3), er sieht genau gleich aus.

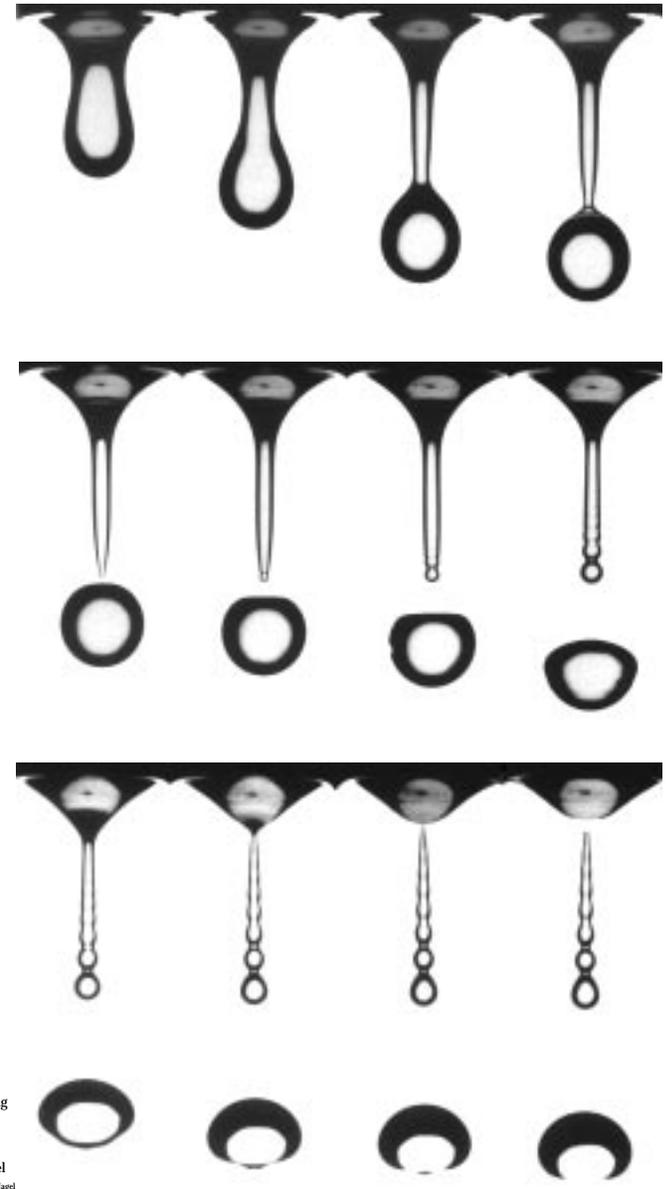
Die Erwartung, mit dem Abschnüren eines Tropfens einen besonders einfachen, aber dennoch charakteristischen Vorgang beschreiben zu haben, folgt einem hergebrachten Denken der Physiker: Im Mikrokosmos hoffen sie, die ein-

fachsten Gesetzmäßigkeiten zu finden. Dieselbe Erwartung treibt die Atomphysiker, nach immer kleineren Bausteinen der Materie zu suchen. Ist man hinreichend weit vorgedrungen, so sollte sich nichts Neues mehr entdecken lassen – alles wird durch fundamentale Gesetze beschrieben.

In unserem Fall ist es der Durchmesser des Halses selbst, der immer kleiner wird. Er ist schließlich viel dünner als alles, was in der Bildfolge sonst zu sehen ist, und nichts kann die Bewegung von außen noch beeinflussen. Die Form des Halses ändert sich schließlich nicht mehr; gleichzeitig sollte aber der Durchmesser immer kleiner werden. Das bedeutet also, daß der Hals lediglich eine fortgesetzte Verkleinerung erfährt, so als würde er mit einem Fotokopierer von einem Papierformat auf das nächstkleinere gebracht. Dies entspricht einem etwas späteren Zeitpunkt, nur noch halb so weit vom Zeitpunkt des Zerreißen entfernt. Das Verfahren kann man fortsetzen: Die verkleinerte Kopie wird wieder auf den Kopierer gelegt und nochmals verkleinert, wodurch die Zeit bis zum Zerreißen nochmals halbiert wird. Dieses simple Verhalten, das man als *selbstähnlich* bezeichnet, tritt in der Physik keineswegs vereinzelt auf. Es erscheint in der theoretischen Beschreibung der kleinsten Bausteine der Materie genauso wie in Problemen der Astrophysik. Überall da, wo sich einem Phänomen keine feste Skala zuordnen läßt – wie beim Flüssigkeitsstrahl, der immer dünner wird – ist Selbstähnlichkeit die ordnende Kraft. Verkleinert man das Profil des Halses immer mehr, rückt der Zeitpunkt des Zerreißen immer näher heran.

So weit – so einfach. Aber ist es auch richtig? Wie kann man noch näher an den Punkt des Zerreißen herankommen, als es in der Bildfolge des tropfenden Wasserhahns möglich war?

Es gibt einen überraschend einfachen Trick: Man muß das gleiche



(5) Wasser tropft aus einer Öffnung von 1,25 Zentimeter Durchmesser. Die Bildfolge entstand innerhalb einer zehntel Sekunde, die Dauer eines Blitzes betrug fünf millionstel Sekunden  
Fotos: X. Shi, M. Bremer, S. Nagel

Experiment lediglich mit einer anderen, zäheren Flüssigkeit wiederholen. Jeder weiß vom Frühstückstisch, daß Honig sehr viel langsamer fließt als Wasser, also sollte auch das Durchreißen eines Flüssigkeitshalses beim Honig sehr viel langsamer vor sich gehen. Unsere Berechnungen zeigen, daß es so ist, und sie beweisen sogar: Es gibt keinen Unterschied zwischen dem Zerreißen eines Wasser- und eines Honighalses; die Formen sehen immer gleich aus. Nur ist es beim Honig so, als würde man den Vorgang in Zeitlupe betrachten und bei sehr viel größeren Halsdicken, also wie unter einem Vergrößerungsglas.

Die Bestätigung dieser Vorhersagen gelang vor einigen Jahren dem Physiker Tomasz Kowalewski, der damals am Max-Planck-Institut für Strömungsforschung in Göttingen arbeitete. Heute setzt er seine Experimente in seiner Heimatstadt Warschau fort.

Zu seinen Messungen benutzte Kowalewski das Glycerin, eine klebrige Flüssigkeit, die ihren aus dem Griechischen stammenden Namen wegen ihres süßlichen Geschmacks bekommen hat. Kowalewskis Bilder, die in der Bildfolge (Abb. 6) zu sehen sind, sind eine starke Vergrößerung: Im Original wäre jedes Bild nur einen Millimeter breit. In jedem der drei Bilder sieht man einen dünnen Faden, der an seinem Ende mit einem Tropfen verbunden ist. Von ihm wird allerdings nur ein kleiner Teil sichtbar. Er entspricht aber dem Tropfen, der auch in der Bildfolge der Abbildung (5) zu sehen ist.

Die Bildfolge (Abb. 6) führt immer weiter an den Punkt des Zerreißen heran, und entsprechend wird der Faden nach unten hin immer dünner. In jedem der Bilder ist eingetragen, wie lange es noch bis zum Durchreißen dauert: 350 millionstel Sekunden im ersten, 200 millionstel Sekunden im zweiten, und 50 millionstel Sekunden im dritten Bild. Gleichzeitig rückt der Pfeil, der die dünnste Stelle markiert, immer näher

an den Tropfen heran. Die theoretischen Vorhersagen für das Halsprofil sind im Bild als Linien eingezeichnet. Das zweite und dritte Profil geht aus dem vorhergehenden lediglich durch eine Verkleinerung hervor. Die große Übereinstimmung der eingezeichneten Linien mit der Form des Halses bestätigt also unsere Überlegungen. In die Berechnung der theoretischen Vorhersage – zu erkennen an den eingezeichneten Linien – ging die Art der Flüssigkeit nicht ein. Ist die Flüssigkeit erst einmal in den Sog des selbstähnlichen Verhaltens gelangt, gibt es keine Unterschiede mehr: Alle Flüssigkeiten, gleich unter welchen Bedingungen, zerreißen auf die gleiche Weise. Ein einfaches Gesetz beherrscht jede Tropfenbildung, sei es beim Tropfen eines Wasserhahns oder in einem der vielen Zerreißvorgänge auf dem Delphinbild von Harold Edgerton.

Diese Feststellung beschließt unsere kleine Reise ins Leben eines Tropfens. Eine Zeitlang passiert nichts Neues mehr, wir müssen lediglich weiter verkleinern, um das nächste Bild zu bekommen. Schließlich wird der Hals so dünn, daß er die Bestandteile der Materie zu spüren beginnt. Unterhalb der Größe eines Moleküls kann kein Hals mehr existieren. Ob der klägliche Rest verdampft oder zerreißt, weiß man noch nicht genau. Dies zu ermitteln wäre eine andere Geschichte.

### Zusammenfassung

Moderne fotografische Techniken erlauben es, den Fall eines Tropfens von einer Glaspipette im Detail zu studieren. Dabei beobachtet man eine Bewegung von ungeheurer Komplexität und Schönheit. Die Bewegung in der Nähe des Punktes, in dem sich ein Tropfen ablöst, ist dagegen sehr einfach. Ihr Verständnis erlaubt Einsichten in jede beliebige Art der Tropfenbildung: Am tropfenden Wasserhahn, beim Rasen-

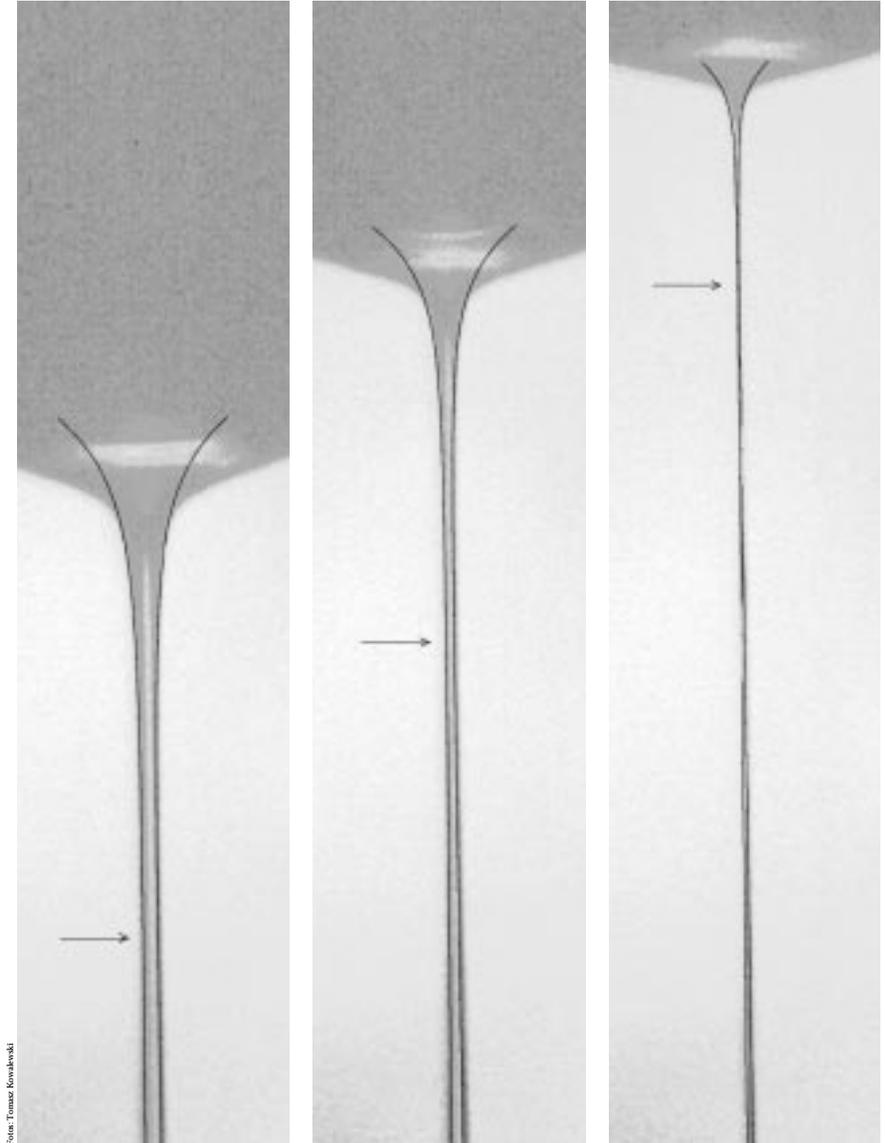
sprenger oder bei einem Zerstäuber geschieht das Zerreißen immer auf die gleiche Weise.

### Summary

A very short duration flashlight shows the details of the fall of a drop from a pipette. The resulting photographic sequence reveals a motion of remarkable beauty and complexity. However very close to the point where a drop separates the motion is very simple. This motion is independent of the circumstances responsible for the formation of the drop. Thus the dripping faucet, a sprinkler, or an atomizer are described by the same physical principles.

#### Der Autor:

Jens Eggers, 1963 in New York geboren, kam als Zweijähriger nach Deutschland und wuchs hier auf. Er studierte Physik in Aachen und promovierte bei Siegfried Großmann in Marburg. Ein Aufenthalt bei Leo Kadanoff in Chicago übte prägende Einflüsse auf ihn aus. Seit 1997 ist er Dozent für Theoretische Physik an Universität GH Essen. Neben der Dynamik von Tropfen ist die Turbulenzforschung sein Hauptarbeitsgebiet. Für seine Habilitationsschrift zur „Tropfenbildung“ erhielt Eggers 1998 den Essener Gottschalk-Diederich-Baedeker-Preis für herausragende Arbeiten auf dem Gebiet der Natur- und Ingenieurwissenschaften.



Fotos: Tomasz Kowalewski

(6) Das Abschnüren eines Glycerintropfens. Der zeitliche Abstand vom Punkt des Zerreißen beträgt 350, 200, und 50 millionstel Sekunden. Dabei wird der Hals immer dünner