Jacobi hármasszorzat kizárásos folyamattal

Ross Bowennel közös munka

Balázs Márton

University of Bristol

BME Sztochasztika Szeminárium
2019 január 10.

Jacobi hármasszorzat

Tétel

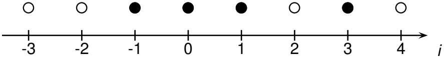
Legyenek $|x| < 1$ *és* $y \neq 0$ *komplex számok. Ekkor*

$$\prod_{i=1}^{\infty}(1 - x^{2i})\left(1 + \frac{x^{2i-1}}{y^2}\right)(1 + x^{2i-1}y^2) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x^{m^2} y^{2m}.$$

Számelméletben és partíciók elméletében szokott előfordulni.

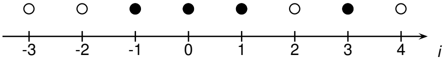
Most bebizonyítjuk kölcsönható részecskékkel (valós x, y-ra).

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



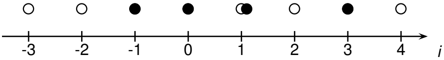
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



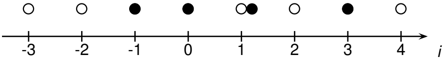
$\eta_i \in \{0, 1\}$.

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



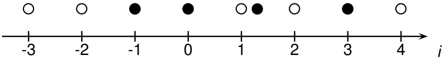
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



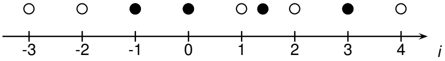
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



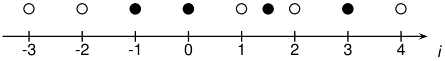
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



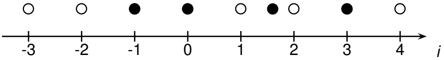
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



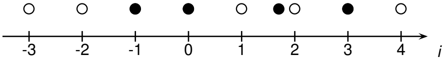
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



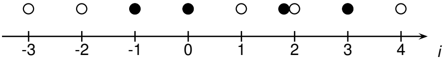
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



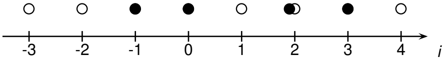
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



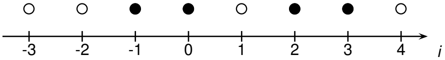
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



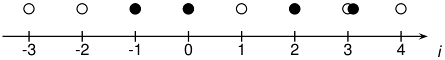
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



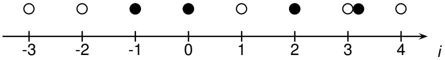
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



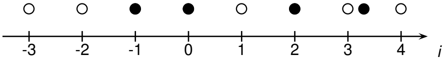
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



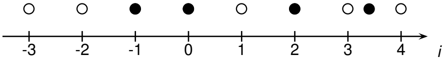
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



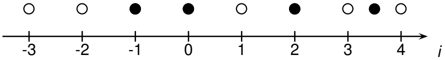
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



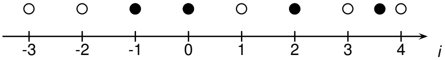
$$\eta_i \in \{0,\ 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



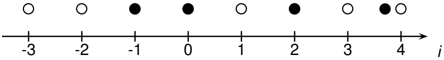
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



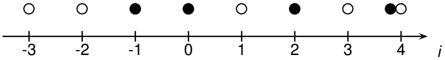
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



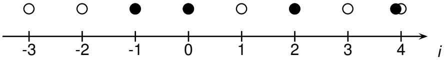
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



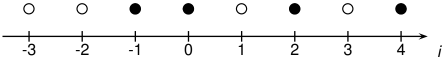
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



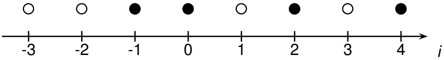
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



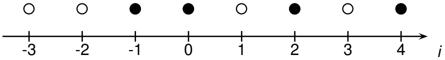
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



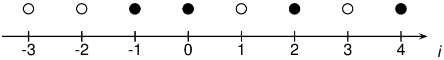
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



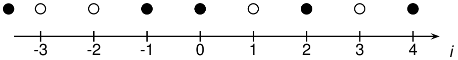
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



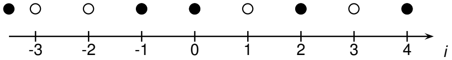
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



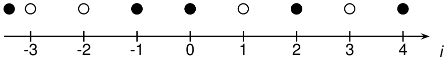
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



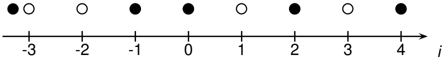
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



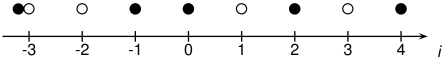
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



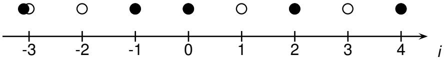
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



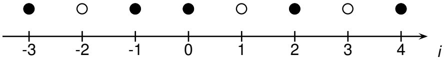
$$\eta_i \in \{0,\ 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



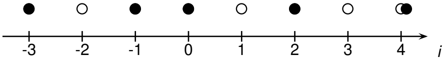
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



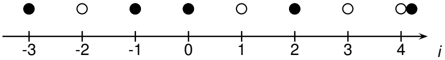
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



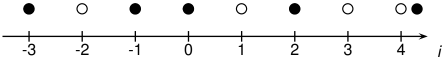
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



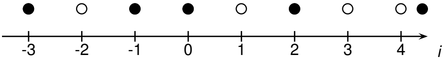
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



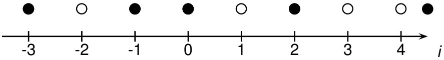
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



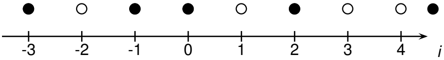
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



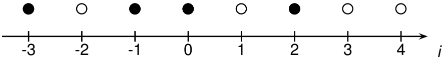
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



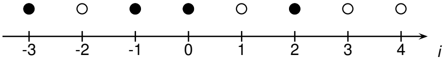
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



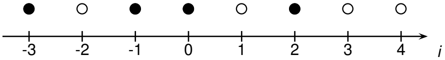
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



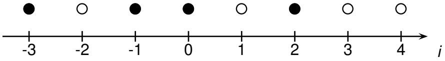
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



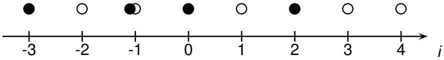
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



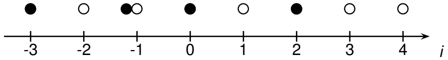
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



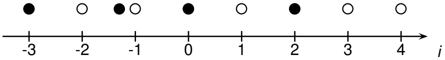
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



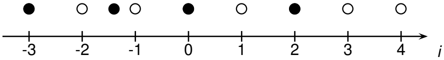
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



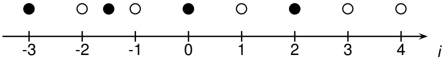
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



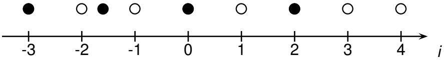
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



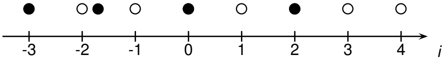
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



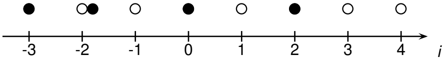
$$\eta_i \in \{0,\, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



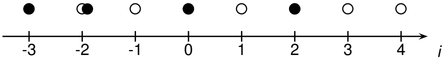
$$\eta_i \in \{0,\ 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



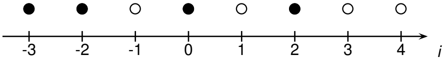
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

De csak ha az érkezési hely üres.

Aszimmetrikus kizárásos folyamat



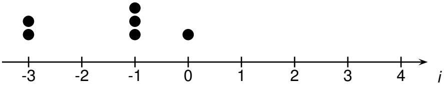
$$\eta_i \in \{0, 1\}.$$

A részecskék ugranának

jobbra p rátával,
balra $q = 1 - p < p$ rátával.

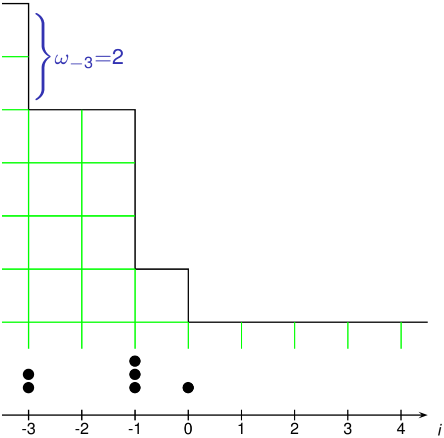
De csak ha az érkezési hely üres.

Az aszimmetrikus zero range folyamat



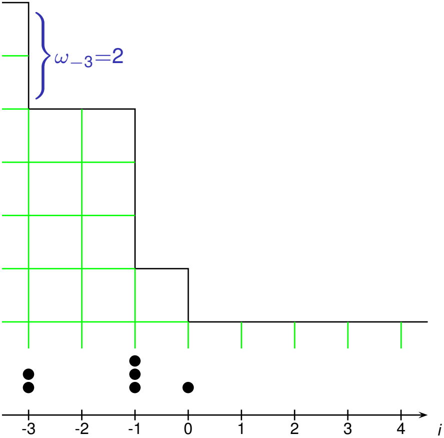
$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

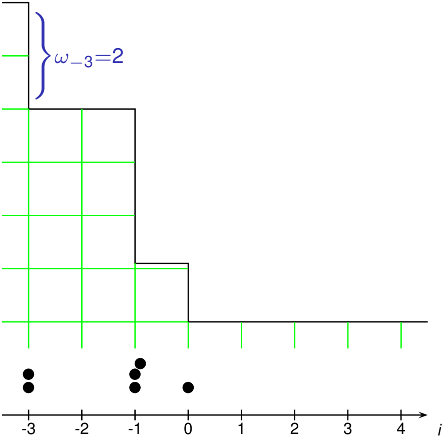
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

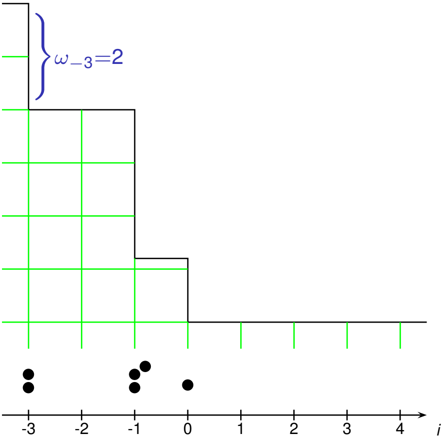
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$\omega_i \in \mathbb{Z}^+$.

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

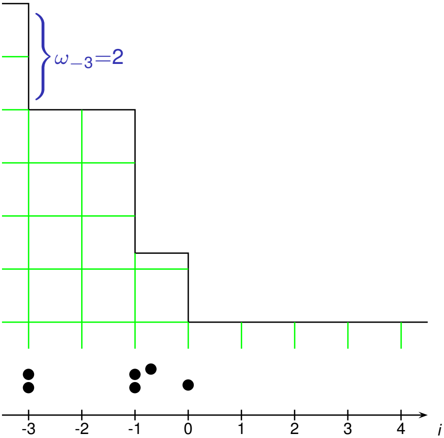
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

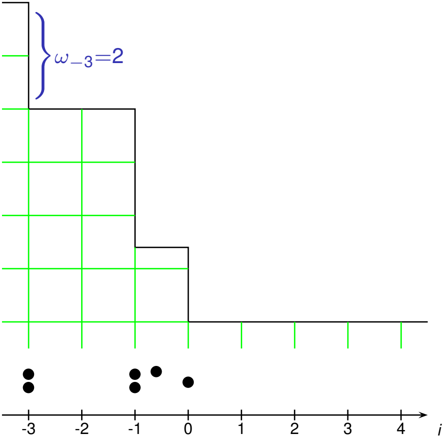
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

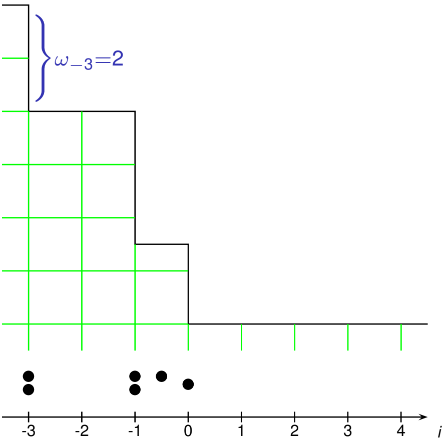
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

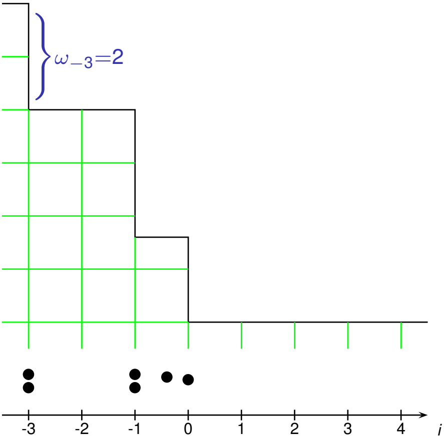
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

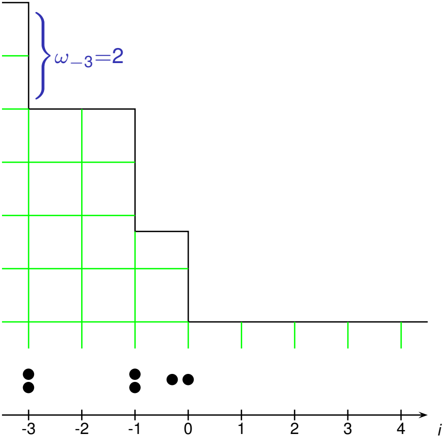
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

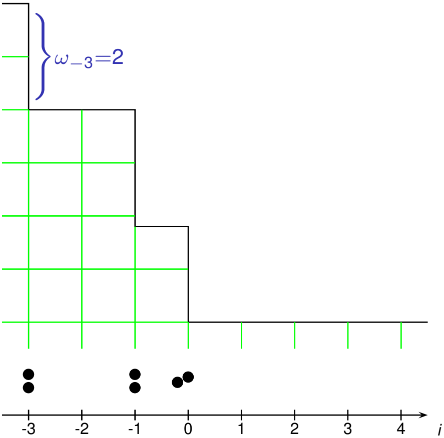
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

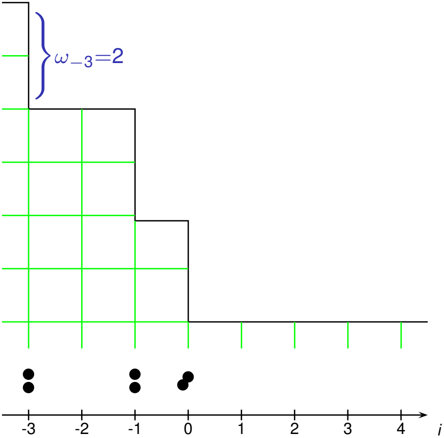
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

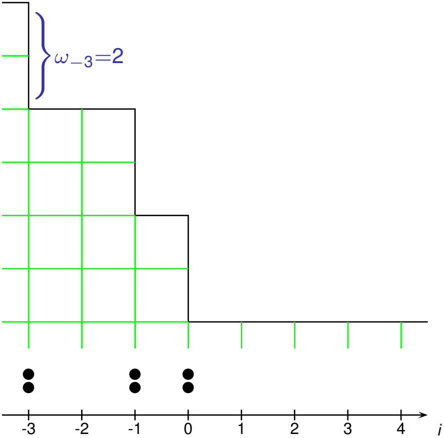
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$\omega_i \in \mathbb{Z}^+$.

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

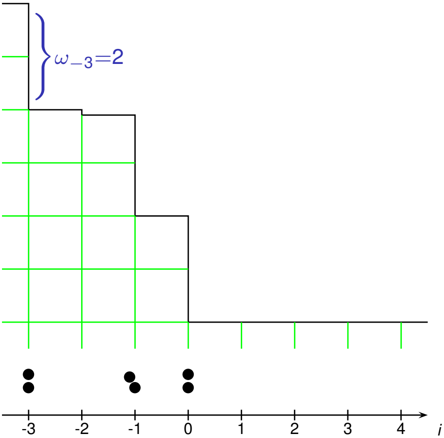
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

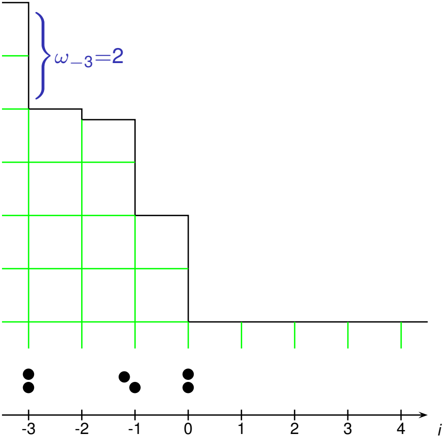
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

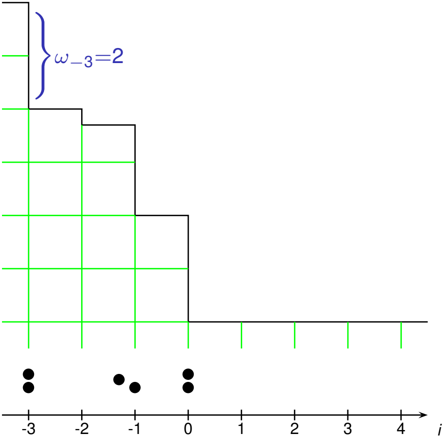
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$\omega_i \in \mathbb{Z}^+$.

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

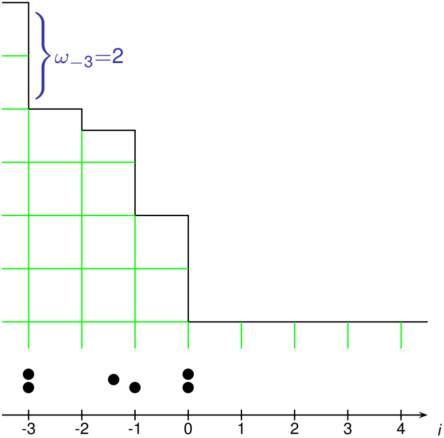
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

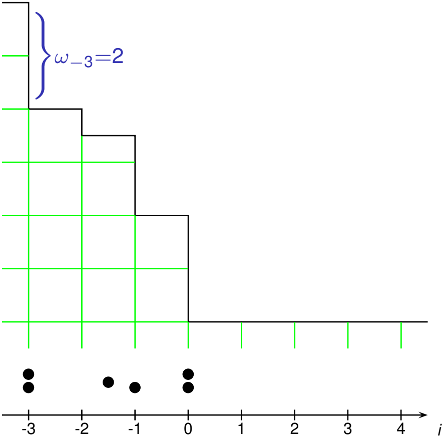
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

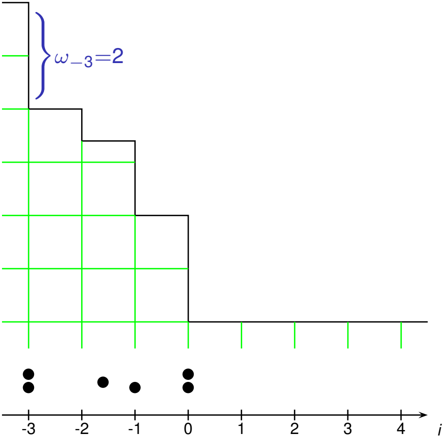
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

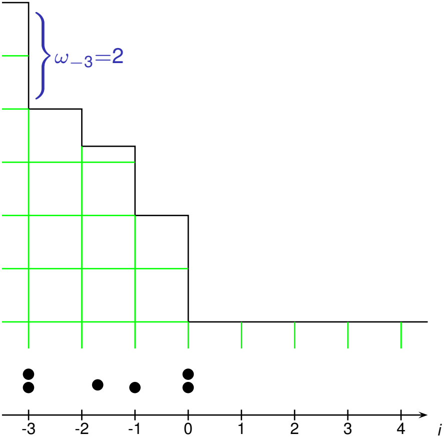
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

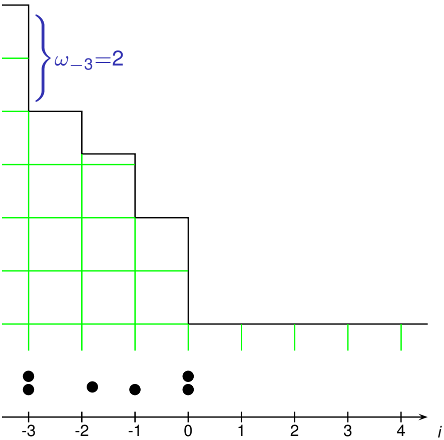
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

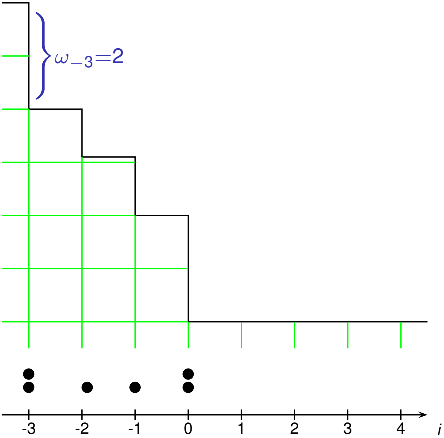
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

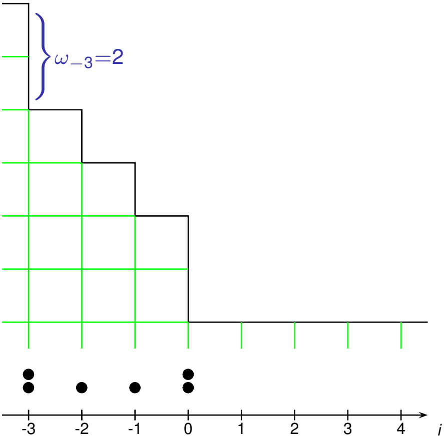
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

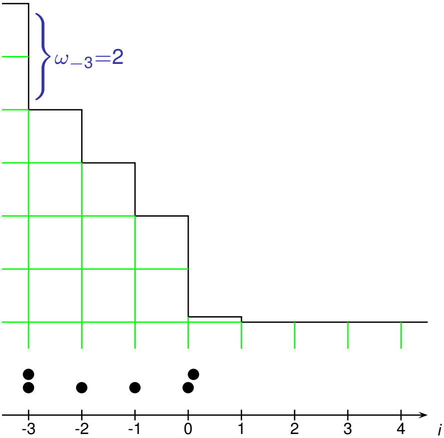
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

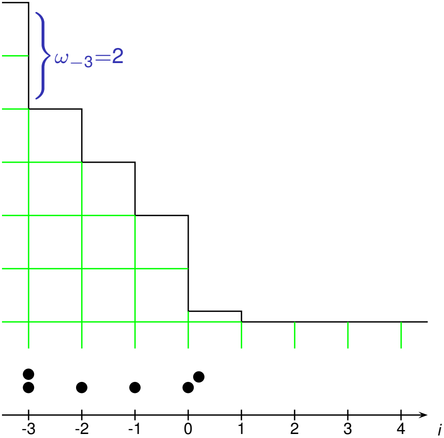
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$\omega_i \in \mathbb{Z}^+$.

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

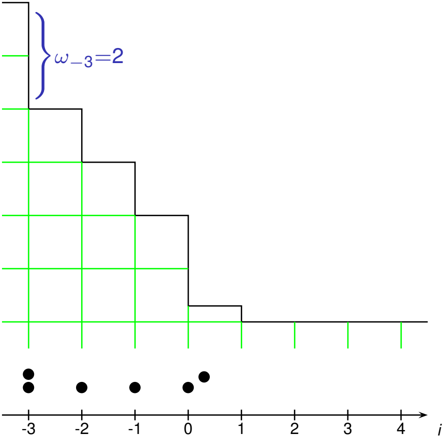
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

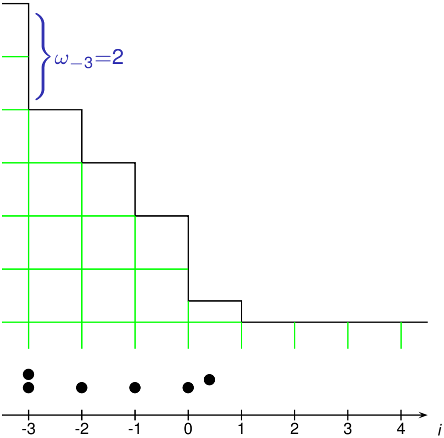
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

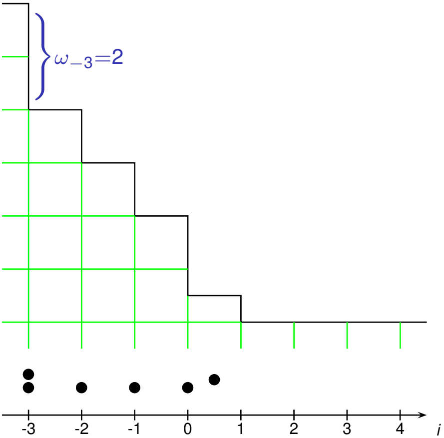
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

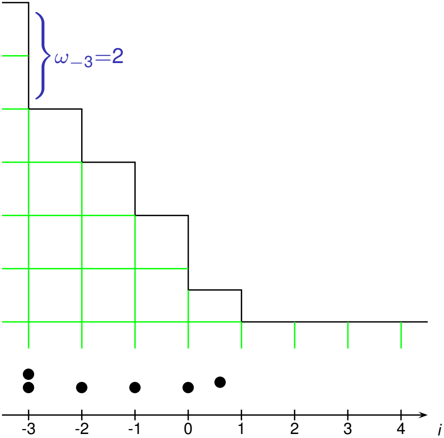
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

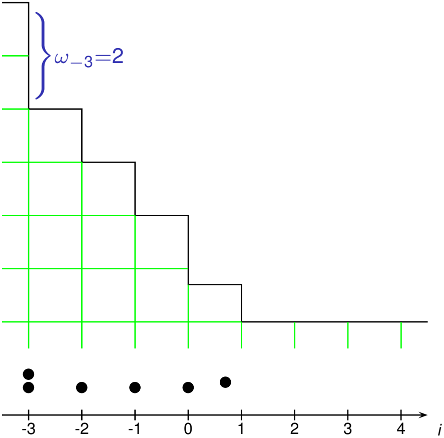
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

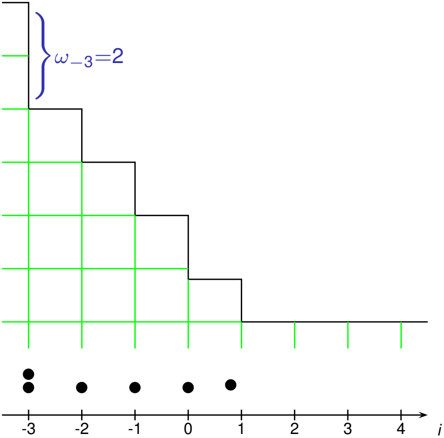
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

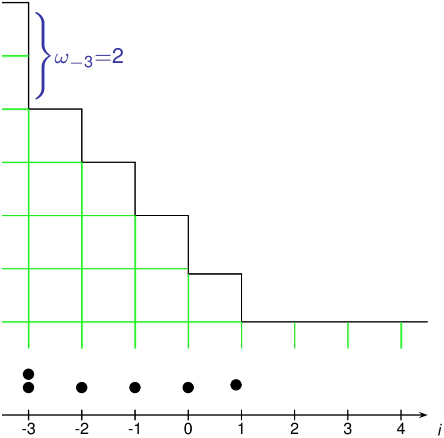
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával, balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

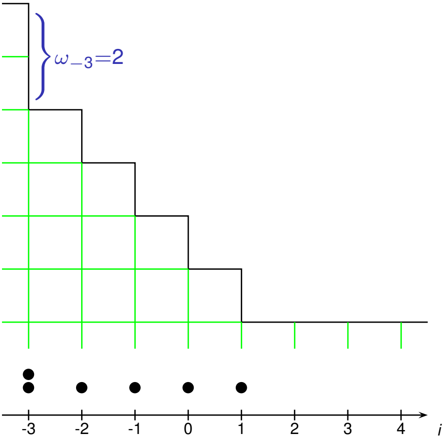
Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

Az aszimmetrikus zero range folyamat



$$\omega_i \in \mathbb{Z}^+.$$

Részecskék ugranak jobbra $p \cdot r(\omega_i)$ rátával,
balra $q \cdot r(\omega_i)$ rátával.

Az aszimmetrikus zero range folyamat

Feltesszük, hogy r növekvő, és $q = 1 - p < p$.

Példák:

- 'Klasszikus' ZRP: $r(\omega_i) = \mathbf{1}\{\omega_i > 0\}$.
- Független bolyongók: $r(\omega_i) = \omega_i$.

Szorzat blokkoló mértékek

Létezik-e szorzat reverzibilis stacionárius eloszlás:

$$\underline{\mu}(\underline{\omega}) = \bigotimes_i \mu_i(\omega_i);$$

$$\underline{\mu}(\underline{\omega}) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\omega} \to \underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1}\big) = \underline{\mu}\big(\underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1}\big) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1} \to \underline{\omega}\big) \quad ?$$

Jelölés:

$$\underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1} = \underline{\omega} - \underline{\delta}_i + \underline{\delta}_{i+1}.$$

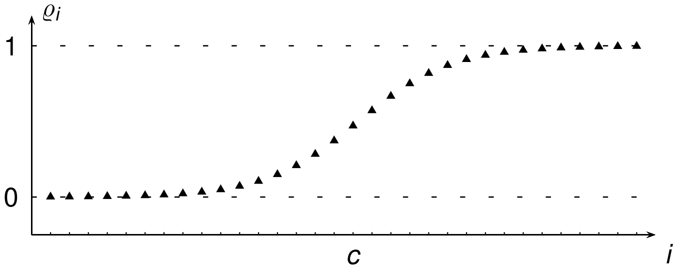
Aszimmetrikus kizárásos folyamat

$$\underline{\mu}(\underline{\eta}) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\eta} \to \underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1}\big) = \underline{\mu}\big(\underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1}\big) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1} \to \underline{\eta}\big)$$

ASEP: $\mu_i \sim \text{Bernoulli}(\varrho_i)$;  $\underline{\eta}$

$$\varrho_i(1-\varrho_{i+1}) \cdot p = (1-\varrho_i)\varrho_{i+1} \cdot q$$

Megoldás: $$\varrho_i = \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}}{1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}} = \frac{1}{\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1}$$



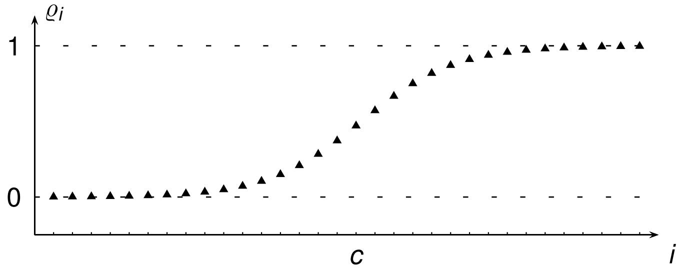
Aszimmetrikus kizárásos folyamat

$$\underline{\mu}(\underline{\eta}) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\eta} \to \underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1}\big) = \underline{\mu}(\underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1}) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1} \to \underline{\eta}\big)$$

ASEP: $\mu_i \sim \text{Bernoulli}(\varrho_i)$; $\underline{\eta}^{i\curvearrowright i+1}$

$$\varrho_i(1-\varrho_{i+1}) \cdot p = (1-\varrho_i)\varrho_{i+1} \cdot q$$

Megoldás: $$\varrho_i = \frac{(\frac{p}{q})^{i-c}}{1+(\frac{p}{q})^{i-c}} = \frac{1}{(\frac{q}{p})^{i-c}+1}$$



Aszimmetrikus zero range folyamat

$$\underline{\mu}(\underline{\omega}) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\omega} \to \underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1}\big) = \underline{\mu}(\underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1}) \cdot \text{ráta}\big(\underline{\omega}^{i\curvearrowright i+1} \to \underline{\omega}\big) \quad ?$$

AZRP:

$$\mu_i(\omega_i)\mu_{i+1}(\omega_{i+1}) \cdot p\mathbf{1}\{\omega_i > 0\} = \mu_i(\omega_i - 1)\mu_{i+1}(\omega_{i+1} + 1) \cdot q$$

Megoldás: $\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$

ASEP állapottér

Vegyük észre, hogy

$$\mathbf{P}\{\eta_i = 0\} = 1 - \varrho_i = \frac{1}{1 + (\frac{p}{q})^{i-c}} \qquad \text{ahogy } i \to \infty$$

$$\mathbf{P}\{\eta_i = 1\} = \varrho_i = \frac{1}{(\frac{q}{p})^{i-c} + 1} \qquad \text{ahogy } i \to -\infty$$

összegezhetőek. Ezért Borel-Cantelli szerint $\underline{\mu}$-m.b. van egy jobb szélső luk és egy bal szélső részecske, vagyis

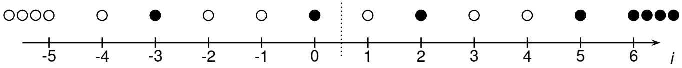
$$N := \sum_{i=1}^{\infty} (1 - \eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$\underline{\mu}$-m.b. véges.

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1 - \eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$$1 = 3 - 2$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0, 1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

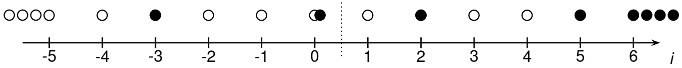
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty} \Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 3 - 2$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

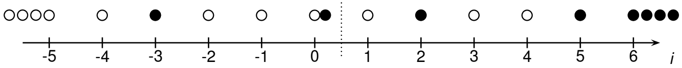
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 3 - 2$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

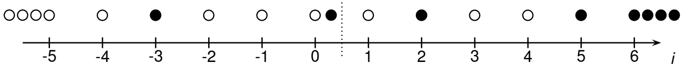
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 3 - 2$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

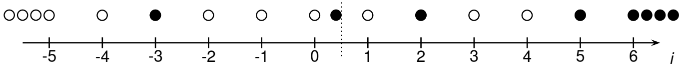
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$$1 = 3 - 2$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\, 1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

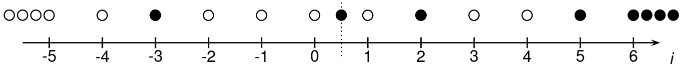
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty} \Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 3 - 2$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

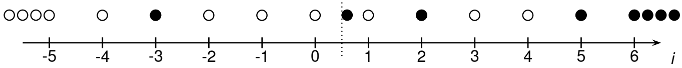
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 2 - 1$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

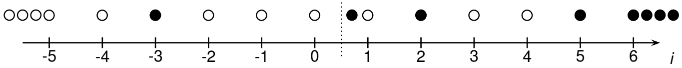
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 2 - 1$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\ 1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

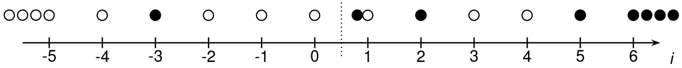
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 2 - 1$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

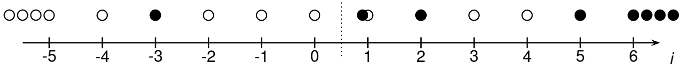
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 2 - 1$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\, 1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

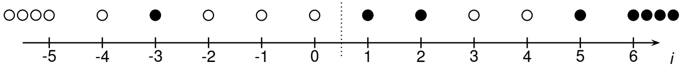
az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

ASEP állapottér

$$N(\underline{\eta}) := \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$1 = 2 - 1$$



Valamint: ez megmarad. Legyenek

$$\Omega^n := \{0,\,1\}^{\mathbb{Z}} \cap \{N(\underline{\eta}) = n\},$$

az irreducibilis alterek az állapottérben.

$$\underline{\mu}\Big(\bigcup_{n=-\infty}^{\infty}\Omega^n\Big) = 1.$$

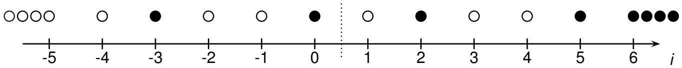
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 3 - 2 = 1$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

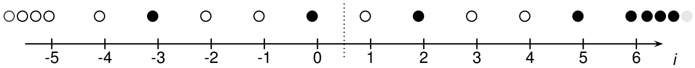
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 3 - 2 = 1$$



$$\tau\ :\ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

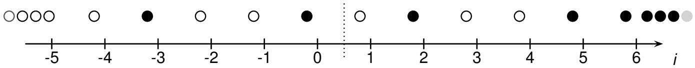
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 3 - 2 = 1$$



$$\tau \,:\, \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

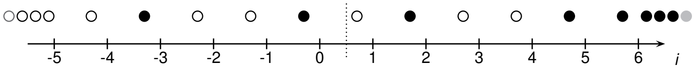
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 3 - 2 = 1$$



$$\tau\ :\ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

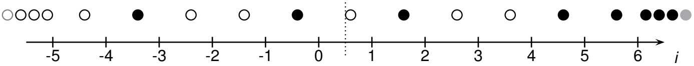
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 3 - 2 = 1$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

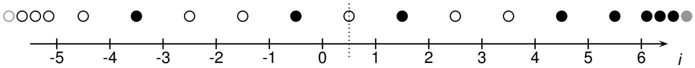
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 3 - 2 = 1$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

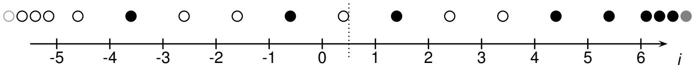
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau \underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau \underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty} (1 - \eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau \ : \ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

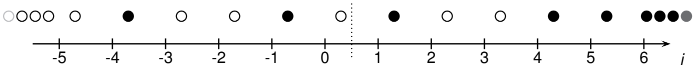
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

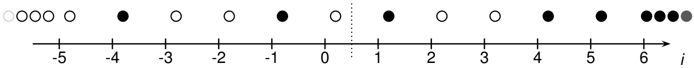
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

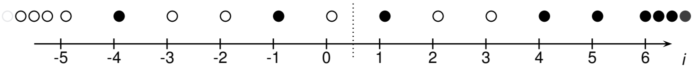
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau\ :\ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

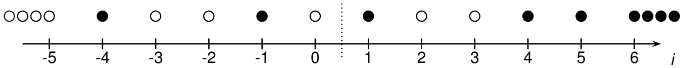
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau \,:\, \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

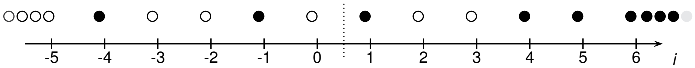
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

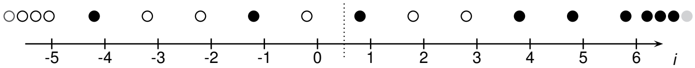
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau\ :\ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

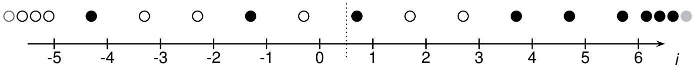
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau \ : \ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

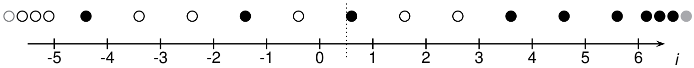
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 2 = 0$$



$$\tau\ :\ \Omega^{n} \to \Omega^{n-1}$$

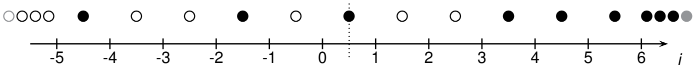
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1 - \eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$$N = 2 - 3 = -1$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

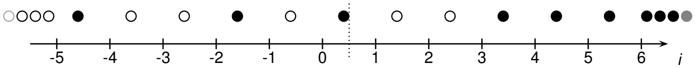
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 3 = -1$$



$$\tau\ :\ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

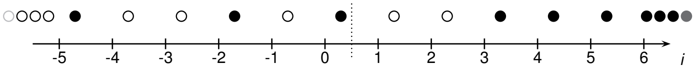
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 3 = -1$$



$$\tau\ :\ \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

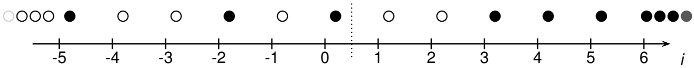
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1-\eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0}\eta_i$$

$$N = 2 - 3 = -1$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

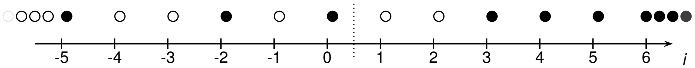
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1 - \eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$$N = 2 - 3 = -1$$



$$\tau : \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

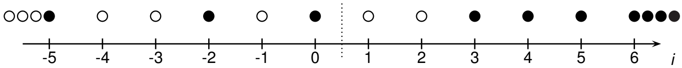
ASEP állapottér

Bal eltolás: $(\tau\underline{\eta})_i = \eta_{i+1}$.

$$N(\tau\underline{\eta}) = N(\underline{\eta}) - 1$$

$$N(\underline{\eta}) = \sum_{i=1}^{\infty}(1 - \eta_i) - \sum_{i=-\infty}^{0} \eta_i$$

$$N = 2 - 3 = \text{-}1$$

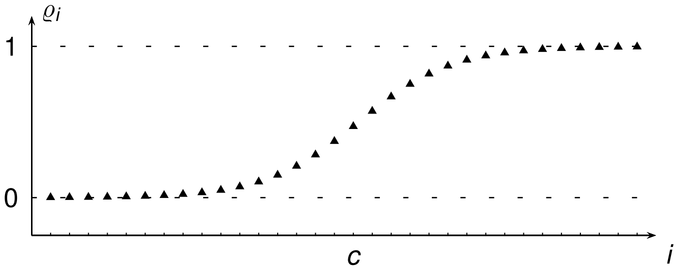


$$\tau \;:\; \Omega^n \to \Omega^{n-1}$$

ASEP állapottér

Emlékezzünk:

$$\varrho_i = \frac{(\frac{p}{q})^{i-c}}{1 + (\frac{p}{q})^{i-c}},$$



de

$$\underline{\nu}^n(\cdot) := \underline{\mu}(\cdot \mid N(\cdot) = n)$$

már nem függ c-től. Stacionárius eloszlás Ω^n-en.

ASEP állapottér

$$\cdots\ \underset{\underline{\nu}^{-1}}{\Omega^{-1}} \underset{\tau}{\overset{\tau^{-1}}{\rightleftarrows}} \underset{\underline{\nu}^{0}}{\Omega^{0}} \underset{\tau}{\overset{\tau^{-1}}{\rightleftarrows}} \underset{\underline{\nu}^{1}}{\Omega^{1}} \underset{\tau}{\overset{\tau^{-1}}{\rightleftarrows}} \underset{\underline{\nu}^{2}}{\Omega^{2}}\ \cdots$$

$$\underline{\mu}(\cdot) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{\mu}(\cdot \mid N(\cdot) = n)\underline{\mu}(N(\cdot) = n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{\nu}^n(\cdot)\underline{\mu}(N(\cdot) = n).$$

$\underline{\mu}$ *ergodikus dekompozíciója.*

Találjuk meg a $\underline{\mu}(N(\cdot) = n)$ együtthatókat!

ASEP állapottér

Emlékezzünk:

$$\varrho_i = \frac{(\frac{p}{q})^{i-c}}{1+(\frac{p}{q})^{i-c}} = \frac{1}{(\frac{q}{p})^{i-c}+1}$$

$$\underline{\mu}(\underline{\eta}) = \prod_{i\le 0} \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_i}}{1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}} \cdot \prod_{i>0} \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_i)}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_i}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_i)}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

ASEP állapottér

Emlékezzünk:

$$\varrho_i = \frac{(\frac{p}{q})^{i-c}}{1 + (\frac{p}{q})^{i-c}} = \frac{1}{(\frac{q}{p})^{i-c} + 1}$$

$$\begin{aligned}\underline{\mu}(\underline{\eta}) &= \prod_{i\le 0} \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_i}}{1 + \left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}} \cdot \prod_{i>0} \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_i)}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c} + 1} \\ &= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_i}}{\prod_{i\le 0}\left(1 + \left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_i)}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c} + 1\right)}\end{aligned}$$

ASEP állapottér

$$\underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) = \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i+1}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i+1})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

ASEP állapottér

$$\underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) = \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i+1}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i+1})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 1}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>1}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

ASEP állapottér

$$\underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) = \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i+1}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i+1})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 1}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>1}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)} \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{-c}$$

ASEP állapottér

$$\underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) = \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i+1}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i+1})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 1}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>1}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}\cdot\left(\frac{p}{q}\right)^{-c}$$

$$= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}\cdot\left(\frac{p}{q}\right)^{N(\underline{\eta})-c}$$

ASEP állapottér

$$\begin{aligned}
\underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) &= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i+1}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i+1})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}\\
&= \frac{\prod_{i\le 1}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>1}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}\\
&= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c-1)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c-1)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}\cdot\left(\frac{p}{q}\right)^{-c}\\
&= \frac{\prod_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_{i}}}{\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)}\cdot\frac{\prod_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_{i})}}{\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)}\cdot\left(\frac{p}{q}\right)^{N(\underline{\eta})-c}\\
&= \underline{\mu}(\underline{\eta})\cdot\left(\frac{p}{q}\right)^{N(\underline{\eta})-c}.
\end{aligned}$$

ASEP állapottér

Azaz,

$$\underline{\mu}(N = n - 1) = \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\underline{\eta})$$

ASEP állapottér

Azaz,

$$\underline{\mu}(N = n - 1) = \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\underline{\eta})$$
$$= \sum_{\underline{\eta}:N(\tau\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\tau\underline{\eta})$$

ASEP állapottér

Azaz,

$$\begin{aligned}
\underline{\mu}(N = n - 1) &= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \\
&= \sum_{\underline{\eta}:N(\tau\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) \\
&= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{n-c}
\end{aligned}$$

ASEP állapottér

Azaz,

$$\begin{aligned}\underline{\mu}(N = n - 1) &= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \\ &= \sum_{\underline{\eta}:N(\tau\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) \\ &= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{n-c}\end{aligned}$$

ASEP állapottér

Azaz,

$$\begin{aligned}
\underline{\mu}(N = n-1) &= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \\
&= \sum_{\underline{\eta}:N(\tau\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) \\
&= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{n-c} \\
&= \underline{\mu}(N = n) \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{n-c}.
\end{aligned}$$

ASEP állapottér

Azaz,

$$\begin{aligned}\underline{\mu}(N = n-1) &= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \\ &= \sum_{\underline{\eta}:N(\tau\underline{\eta})=n-1} \underline{\mu}(\tau\underline{\eta}) \\ &= \sum_{\underline{\eta}:N(\underline{\eta})=n} \underline{\mu}(\underline{\eta}) \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{n-c} \\ &= \underline{\mu}(N = n) \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{n-c}.\end{aligned}$$

Megoldás:

$$\underline{\mu}(N = n) = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{n^2+n}{2}-cn}}{\sum \left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m^2+m}{2}-cm}}$$

diszkrét Gauss.

ASEP állapottér

és, ha $N(\underline{\eta}) = n$,

$$\underline{\nu}^n(\underline{\eta}) = \underline{\mu}(\underline{\eta} \,|\, N(\underline{\eta}) = n) = \frac{\underline{\mu}(\underline{\eta})}{\underline{\mu}(N(\underline{\eta}) = n)}$$

$$= \frac{\prod\limits_{i\le 0}\left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\eta_i}}{\prod\limits_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod\limits_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)(1-\eta_i)}}{\prod\limits_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)} \cdot \frac{\sum\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m^2+m}{2}-cm}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{n^2+n}{2}-cn}}.$$

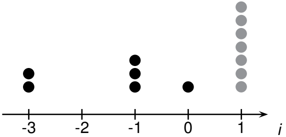
Ez az egyetlen stacionárius eloszlás Ω^n-en.

AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

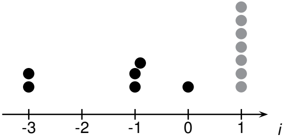


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

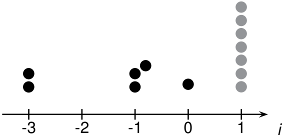


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük $\text{konst} = 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

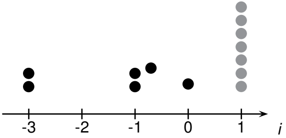


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

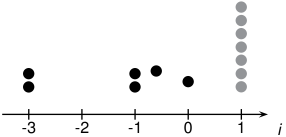


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük $\text{konst} = 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

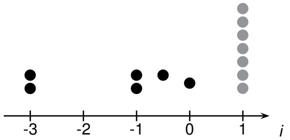


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

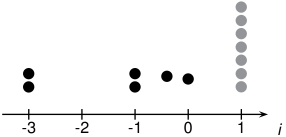


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

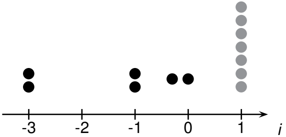


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

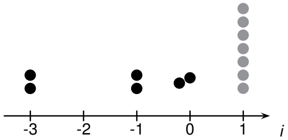


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

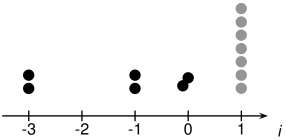


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

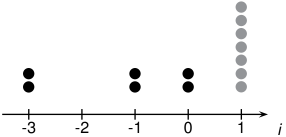


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

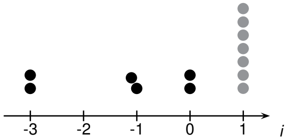


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

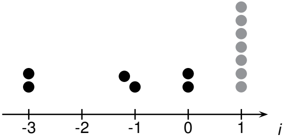


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

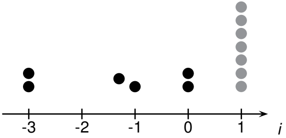


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

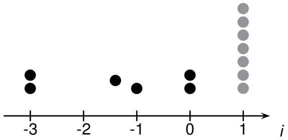


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

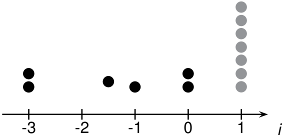


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

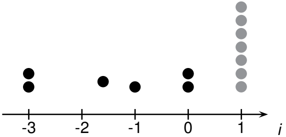


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

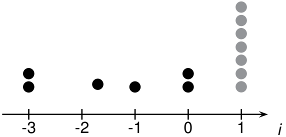


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

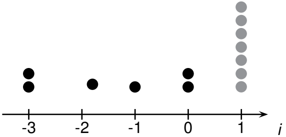


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

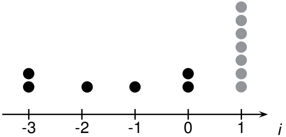


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Bigl(1-\Bigl(\frac{p}{q}\Bigr)^{i-\text{konst}}\Bigr).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

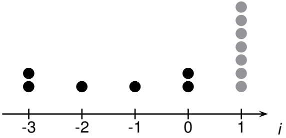


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden *i*-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

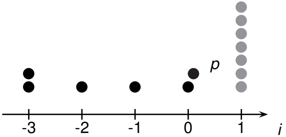


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

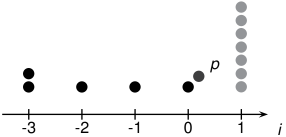


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

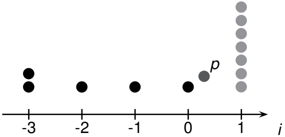


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

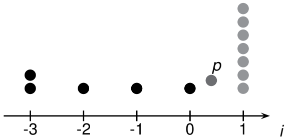


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

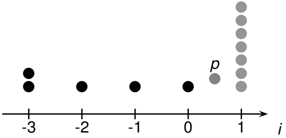


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

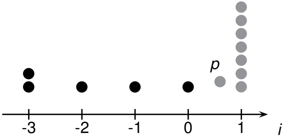


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

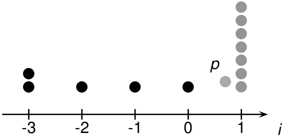


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

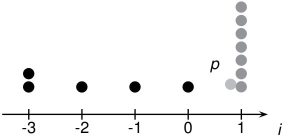


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

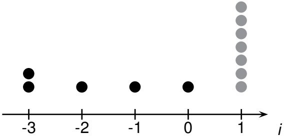


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

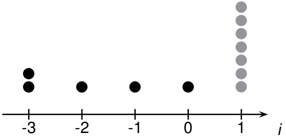


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

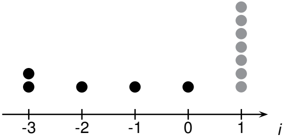


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

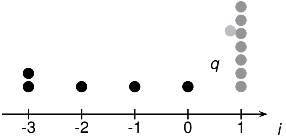


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

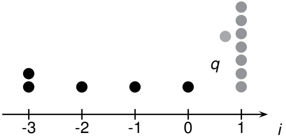


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

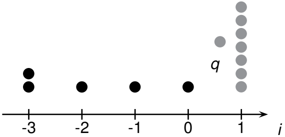


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

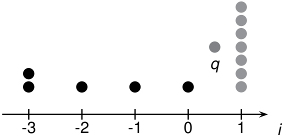


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

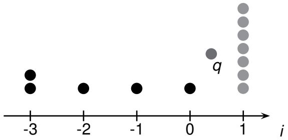


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

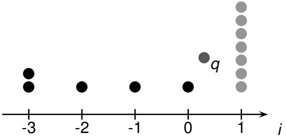


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i-\text{konst}}\Big).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

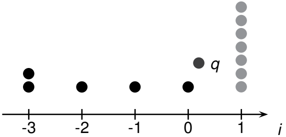


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

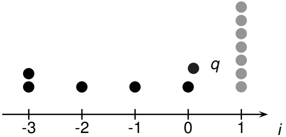


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-\text{konst}}\right).$$

$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.

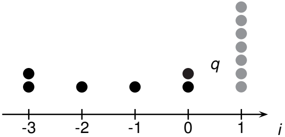


AZRP állapottér

Emlékezzünk: a stacionárius eloszlás szorzat

$$\mu_i \sim \text{Geometriai}\Big(1 - \Big(\frac{p}{q}\Big)^{i - \text{konst}}\Big).$$

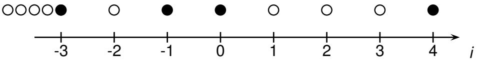
$\rightsquigarrow$ van egy kis probléma: ezt nem tehetjük minden i-re! Ehelyett rögzítjük konst $= 1$, és telepítünk egy *jobb határfeltételt*.



$\rightsquigarrow$ A szorzatmérték stacionárius marad a félegyenesen.

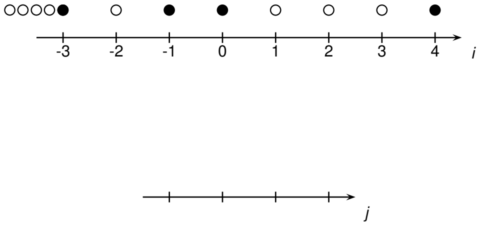
Lefektet - felállít

ASEP



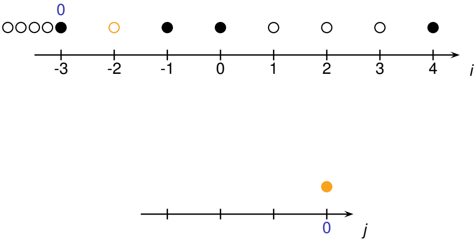
Lefektet - felállít

ASEP



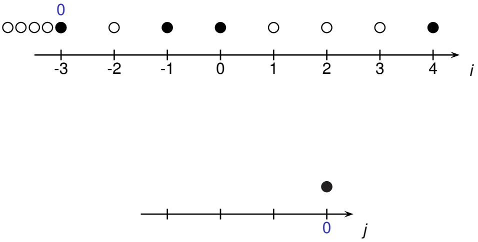
Lefektet - felállít

ASEP

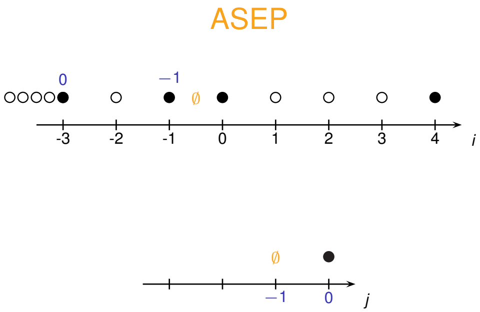


Lefektet - felállít

ASEP

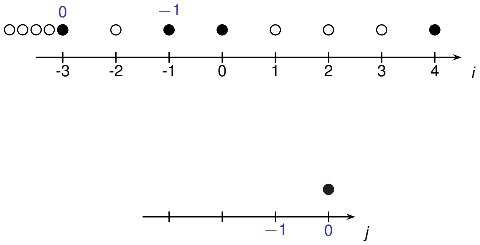


Lefektet - felállít

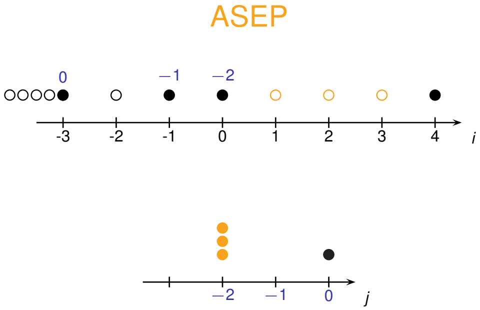


Lefektet - felállít

ASEP

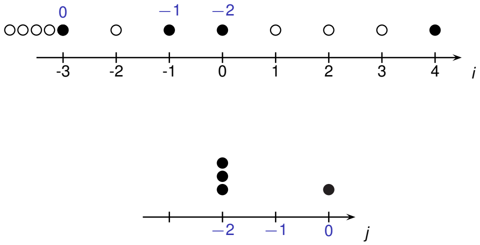


Lefektet - felállít

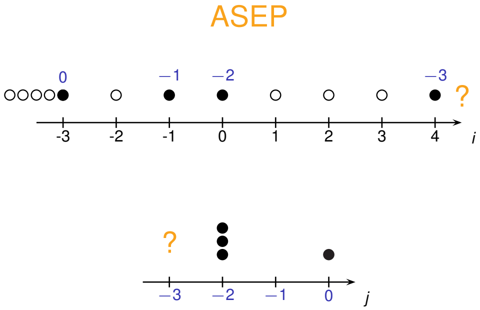


Lefektet - felállít

ASEP

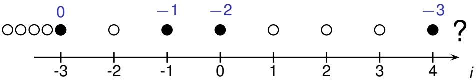


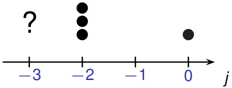
Lefektet - felállít



Lefektet - felállít

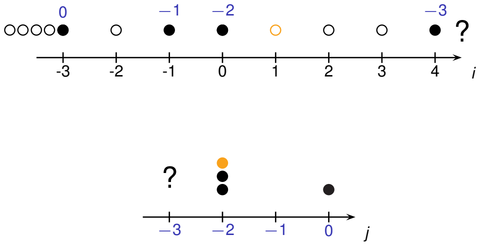
ASEP





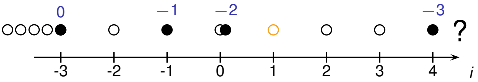
Lefektet - felállít

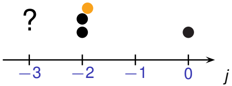
ASEP



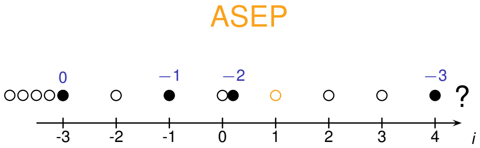
Lefektet - felállít

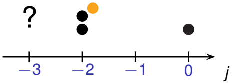
ASEP





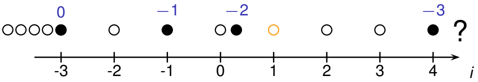
Lefektet - felállít

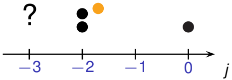




Lefektet - felállít

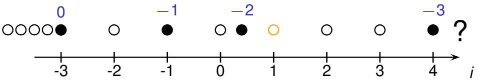
ASEP

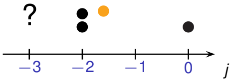




Lefektet - felállít

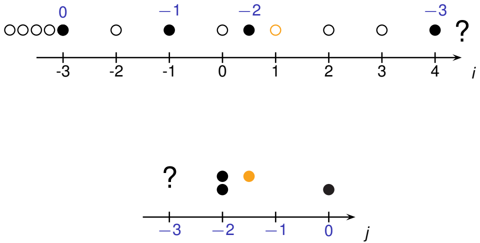
ASEP





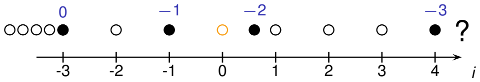
Lefektet - felállít

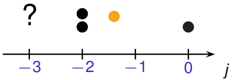
ASEP



Lefektet - felállít

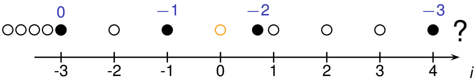
ASEP

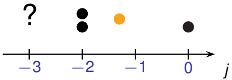




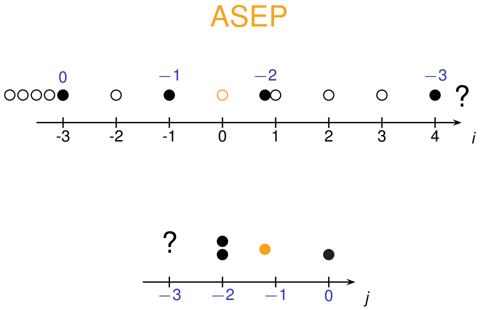
Lefektet - felállít

ASEP



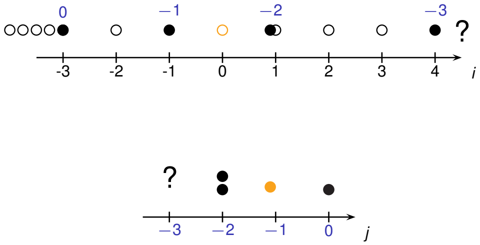


Lefektet - felállít

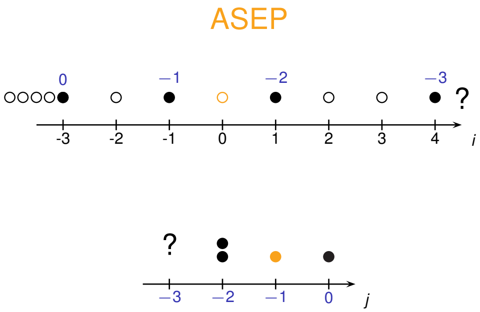


Lefektet - felállít

ASEP

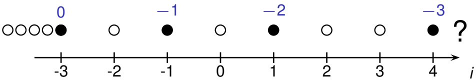


Lefektet - felállít

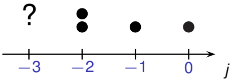


Lefektet - felállít

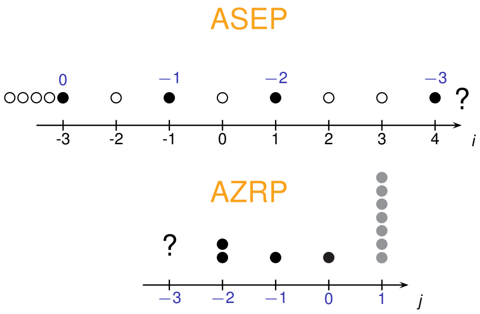
ASEP



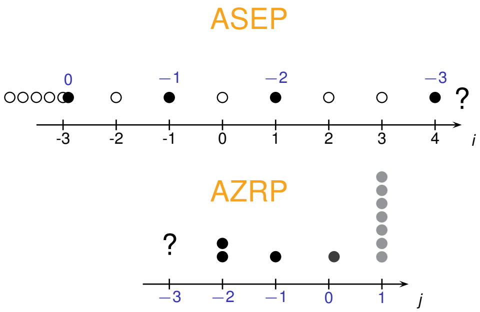
AZRP



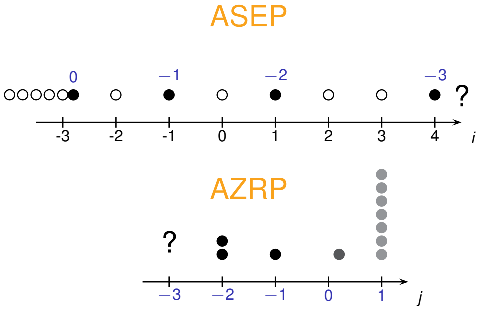
Lefektet - felállít



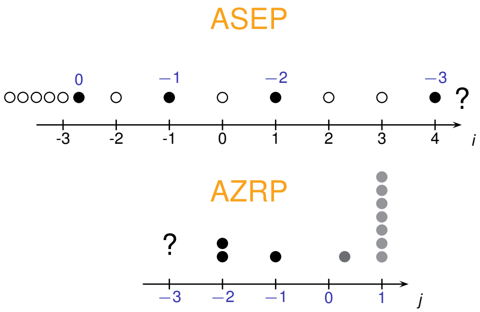
Lefektet - felállít



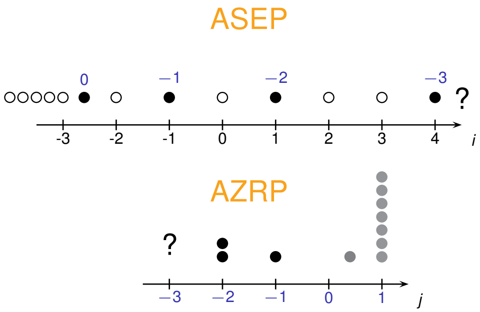
Lefektet - felállít



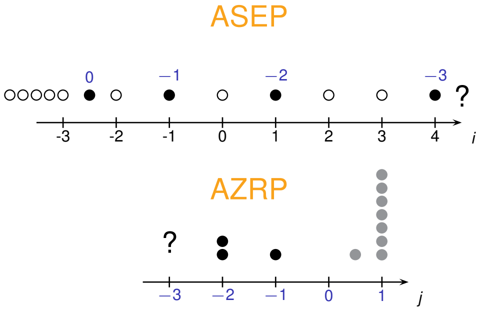
Lefektet - felállít



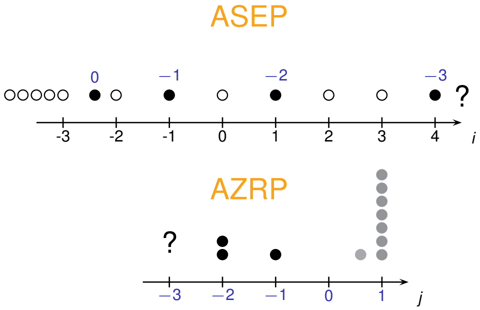
Lefektet - felállít



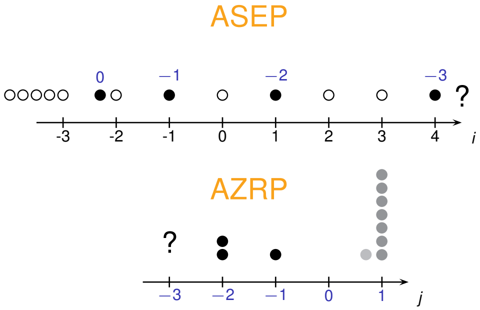
Lefektet - felállít



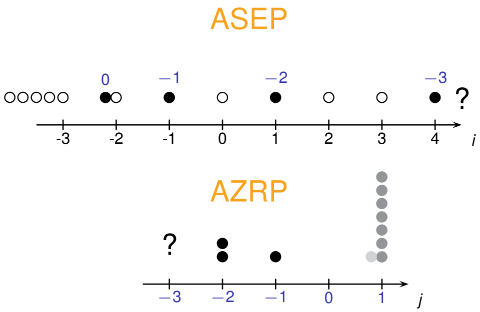
Lefektet - felállít



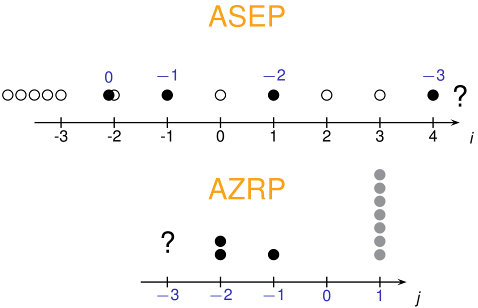
Lefektet - felállít



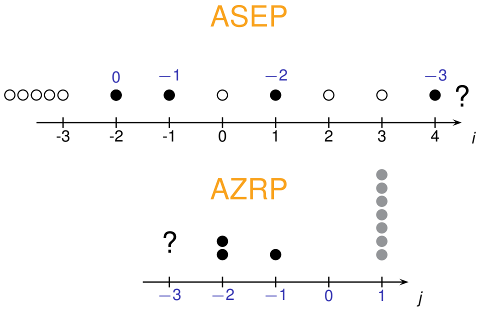
Lefektet - felállít



Lefektet - felállít



Lefektet - felállít



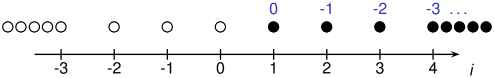
$$\text{ASEP} \overset{T^n}{=} \text{AZRP}$$

$$\underline{\nu}^n \overset{T^n}{=} \prod_{i \leq 0} \text{Geometriai}\left(1 - \left(\frac{p}{q}\right)^{i-1}\right)$$

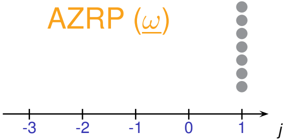
mivel megszámlálható irreducibilis Markov láncok stacionárius eloszlása egyértelmű.

Jacobi hármasszorzat

ASEP ($\underline{\eta}$)



AZRP ($\underline{\omega}$)



$$\eta_i = \mathbf{1}\{i \ge 1\}, \qquad N(\underline{\eta}) = 0, \qquad \omega_i \equiv 0.$$

$$\underline{\nu}^0(\underline{\eta}) = \frac{\prod\limits_{i\le 0} \left(\frac{p}{q}\right)^{(i-c)\cdot 0}}{\prod\limits_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)} \cdot \frac{\prod\limits_{i>0}\left(\frac{q}{p}\right)^{(i-c)\cdot(1-1)}}{\prod\limits_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)} \cdot \frac{\sum \left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m^2+m}{2}-cm}}{\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{0^2+0}{2}-c\cdot 0}}$$

$$\underline{\mu}(\underline{\omega}) = \prod_{i\le 0}\left(1-\left(\frac{p}{q}\right)^{i-1}\right)$$

Jacobi hármasszorzat

$$\prod_{i\le 0}\left(1-\left(\frac{p}{q}\right)^{i-1}\right)\cdot\prod_{i\le 0}\left(1+\left(\frac{p}{q}\right)^{i-c}\right)\cdot\prod_{i>0}\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m^2+m}{2}-cm}$$

<u>Balo.:</u>

$$\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\left(\frac{q}{p}\right)^{i}\right)\cdot\left(1+\left(\frac{q}{p}\right)^{i-1+c}\right)\cdot\left(\left(\frac{q}{p}\right)^{i-c}+1\right)$$

$$=\prod_{i=1}^{\infty}(1-x^{2i})\left(1+\frac{x^{2i-1}}{y^2}\right)(1+x^{2i-1}y^2)$$

ahol $x=\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{1}{2}}$, $y=\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{1}{4}-\frac{c}{2}}$.

<u>Jobbo.:</u>

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m^2}{2}}\left(\frac{q}{p}\right)^{m(\frac{1}{2}-c)}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x^{m^2}y^{2m}.$$

$\square$

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

Más modelleket *fel lehet állítani*:

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

Más modelleket *fel lehet állítani*:

- ASEP

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

Más modelleket *fel lehet állítani*:

- ASEP
- q-kizárásos folyamat

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- *K*-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, *q*-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

Más modelleket *fel lehet állítani*:

- ASEP
- *q*-kizárásos folyamat
- Katz-Lebowitz-Spohn modell

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

Más modelleket *fel lehet állítani*:

- ASEP
- q-kizárásos folyamat
- Katz-Lebowitz-Spohn modell

További modellek

Szorzat blokkolómértékek nagyon általánosak.

- ASEP
- K-kizárásos folyamat (!)
- Az összes zero range folyamat („klasszikus”, független bolyongók, q-zero range)
- Misanthrope / kőműves folyamatok

Más modelleket *fel lehet állítani*:

- ASEP
- q-kizárásos folyamat
- Katz-Lebowitz-Spohn modell

A poén az volt, hogy az ASEP mindkét listában szerepel.

Köszönöm a figyelmet.