Matematika A2

9b. feladatsor

Lineáris transzfomációk

1. Legyen $T : R^2 \to R^2$ a
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}$$
mátrixszal való szorzás. Az alábbi vektorok közül melyek vannak benne a T leképezés képterében? (Anton 5.2: 1)

   (a) $\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} -3 \\ 12 \end{bmatrix}$

2. Legyen T az 1. feldatban megadott transzfomáció. Az alábbi vektorok közül melyek vannak benne a T magterében? (Anton 5.2: 2)

   (a) $\begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. Határozzuk meg az 1. feladatban megadott T lineáris transzformáció képterének és a magterének a dimenzióját! (Anton 5.2: 8)

4. Tekintsük a $T : P_2 \to P_2$ lineáris transzformációt, melyre $T(1) = 1 + x$, $T(x) = 3 - x^2$ és $T(x^2) = 4+2x-3x^2$. Határozzuk meg a formulát a $T(a_0+a_1x+a_2x^2)$-re, és használjuk ezt fel a $T(2-2x+3x^2)$ kiszmáításására! (Anton 5.2: 12)

5. Legyen A egy 5×7-es mátrix, aminek a rangja 4. (Anton 5.2: 15)
   (a) Mekkora dimenziós az $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ megoldásainak a tere?
   (b) Létezik-e megoldása az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ egyenletnek tetszőleges R^5-beli $\mathbf{b}$-re? Indokoljunk.

6. Határozzuk meg a T lineáris transzformáció standard mátrixát! (Anton 5.3: 2)

   (a) $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_1 \\ x_1 + 3x_2 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$ (c) $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

   (b) $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 7x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \\ x_2 + x_3 \\ -x_1 \end{bmatrix}$ (d) $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_1 \\ x_3 \\ x_2 \\ x_1 - x_3 \end{bmatrix}$

7. Határozzuk meg annak a $T : R^3 \to R^3$ lineáris transzformációnak a standard mátrixát, amelyik
   (a) minden vektort az óramutató járásával ellentétes irányban 90°-kal a x-tengely körül elforgat.
   (b) minden vektort az óramutató járásával ellentétes irányban 90°-kal a y-tengely körül elforgat.
   (c) minden vektort az óramutató járásával ellentétes irányban 90°-kal a z-tengely körül elforgat.

(Anton 5.3: 7)

8. Írjuk fel az alábbi nyújtások mátrixát! (Anton 5.3: 12)
   (a) $\frac{1}{3}$-os szorzóval az y-tengely mentén
   (b) 6-os szorzóval az x-tengely mentén

9. Határozzuk meg az alábbi mátrixokkal való szorzás geometriai jelentéseit! (Anton 5.3: 13)
   (a) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
   (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$
   (c) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

10. Határozzuk meg az $y = -4x + 3$ egyenes képének az egyenletét az $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ mátrixszal való transzformáció után! (Anton 5.3: 18)

11. Határozzuk meg az $y = 2x$ egyenes képének az egyenletét, ha a T transzormáció
    (a) az x-tengely irányú nyírás 3-as tényezővel
    (b) az y-tengely menti nyújtás 1/3-os szorzóval
    (c) tükrözés az $y = x$ egyenesre
    (d) tükrözés az y-tengelyre
    (e) $60°$-os forgatás

    (Anton 5.3: 19)